

I/ Espaces affines

- Espace et groupe affines (Lad, Dob) $(E, \vec{E})$ / libre
 - déf algébrique d'un espace affine: action fidèle et transitive
 - déf du groupe affine $GA(E)$
 - $\hookrightarrow$ action libre et transitive sur les bases affines (globale)
 - Produit semi-direct $GA(E) \simeq \vec{E} \rtimes GL(\vec{E})$ (non canonique)
exemples de transformations affines: homothéties, translations, affinités, ...
- Propriétés et quantités préservées (Lad)
 - Une tfo affine préserve l'alignement des points, les sous-espaces affines, le parallélisme des séc, le barycentre de systèmes de points pondérés.
 - Le rapport de mesures algébriques est un invariant de l'action de $GA(E)$ sur un ensemble de 4 points distincts.
 - La conservation du barycentre, des rapports de mesures algébriques caractérisent $GA(E)$.
- Sous-groupe des homothéties-translations (Lad)
 - déf, sg distingué
 - Etude de la commutativité, caractérisation en termes de // appl: thm de Thalès, Desargues, Pappus, Menelaus.
- Coniques affines (Lad)
 - Dans le plan affine réel, éq. d'une conique, conique propre
 - Thm de réduction: l'action de $GA(E)$ sur l'ensemble des coniques propres a trois orbites: $x^2 + y^2 = 1$ (ellipse); $x^2 - y^2 = 1$ (hyp); $y = x^2$ (par)

II/ Espaces euclidiens

- Espace affine euclidien et groupe des isométries (RWM)
 - déf, thm qui dit que les isométries sont les applications affines bijectives dont la partie linéaire appartient à $O(\vec{E})$. $\rightarrow Is(E)$
 - Générateurs de $Is(E)$, corollaire: action libre et transitive de $Is(E)$ sur les repères orthonormés.
- Angles:
 - orientés de demi-droites: action de $SO(E)$ sur S^2 (ou sur $S^1/2$ -cl)
 - orientés de droites
appl: thm de l'angle inscrit, 4 points cocycliques
isomorphisme de $U(E)$ et $\tilde{A}(E)$ avec $\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}/\pi\mathbb{Z}$.
- Sous-groupes des similitudes (RWM)
 - $\rightarrow$ sous-groupe de $GA(E)$, conservation des angles non orientés, des rapports de distance
 - en dim 2 $\rightarrow$ action libre et transitive sur les couples de points distincts.
- Polyèdres réguliers: groupe des isométries de S (RWM)
 - polyèdres rég $\rightarrow$ gpe direct
 - Spolyèdres rég $\rightarrow$ gpe associé

III/ Droites projectives

- Déf de la droite projective $P^1(k)$ (RWM) // simplement transitive
 - déf des homographies, action libre et transitive sur les triplets de points distincts.
(Ranis 62)
- Bin rapport de 4 points: déf, préservé par les homographies
formule
- Cercles/droites: $\rightarrow$ dans $P^1(\mathbb{C})$ groupe circulaire: déf
 $\hookrightarrow$ engendré par les homographies et $z \mapsto \bar{z}$.
birapport réel pour 4 pts cocycliques ou alignés.